Datum: 31-05-2000

Matrikel-Nr. 702565

Theoretische Informatik I – Skript zur Vorlesung am 26-05-2000

Definition L: 1.) Ein 5-Tupel $A = (X, S, \delta, s_0, F)$ heißt nichtdeterministischer endlicher Akzeptor mit ε-Übergängen falls gilt:

X, S sind endliche, nichtleere Mengen
δ: S x $(X \cup \{\varepsilon\} \rightarrow 2^s$
$s_0 \subseteq S$ Menge der Anfangszustände
$F \subseteq S$ Menge der Endzustände

2.) Setzt δ wie folgt zu einer Relation δ^*: S x $X^* \rightarrow 2^s$ fort:
$\forall\ s \in S,\ a \in X \cup \{\varepsilon\},\ w \in X^*$ gilt:

$$\delta^*(s, \varepsilon) = s$$

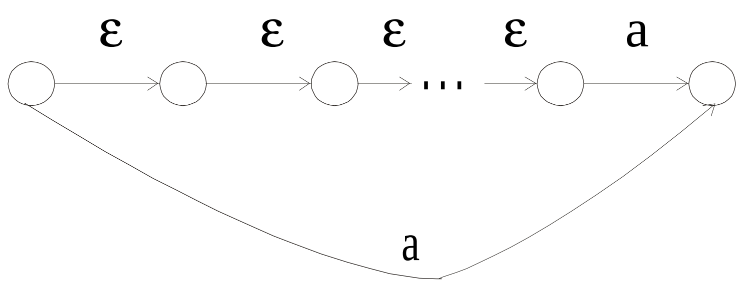
$$\delta^*(s, aw) = \bigcup_{t \in \delta(s,a)} \delta^*(t,w)$$

δ^* schreiben wir als δ

3.) Die Menge $L(A) = \{w \in X^* \mid \delta(s_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$
ist die von A akzeptierte Sprache.

Satz M: Für jeden nichtdeterministischen endlichen Akzeptor A mit ε-Übergängen gilt:
$L(A) \in$ DA, wobei A die Klasse definierter Automaten ist.

Beweisidee: Ziehe Kanten ≠ ε zu Knoten vor, von denen ε-Übergänge zur Nicht-ε-Kante bestehen:



Datum: 31-05-2000

Matrikel-Nr. 702565

<u>Beweis:</u> Sei $A = (S, X, \delta, s_0, F)$ ein beliebiger nichtdeterministischer endlicher Akzeptor mit ε-Übergängen.
Wir zeigen, dass es einen endlichen nichtdeterministischen Akzeptor A' (ohne ε-Übergänge) gibt mit $L(A) = L(A')$, d.h. er akzeptiert die gleiche Sprache.

Dazu eliminiere ε-Übergänge in 2 Schritten:

1. Schritt: Elimination von Zyklen

Konstruiere für ein geeignetes $n \in \mathbb{N}$ Mengen $S_1,\dots,S_n \subseteq S$ mit

i) $\bigcup_{i=1}^{n} S_i = S$

ii) $\forall i \in \{1,\dots,n\}, \forall s, s' \in S_i : \delta^*(s, \varepsilon) = s'$

iii) $\forall i, j \in \{1,\dots,n\}, \forall s \in S_i, \forall s \in S_j : [s \neq s' \Rightarrow s \notin \delta^*(s',\varepsilon)$ oder $s' \notin \delta^*(s,\varepsilon)\ ]$

Konstruiere dann $\overline{A} = (X, \overline{S}, \overline{\delta}, \overline{S}_0, \overline{F})$ wie folgt:

i) $\overline{S} = \{s_1,\dots,s_n\}$, $S_0 = s_i$, wobei gilt: $s_0 \in S_i$

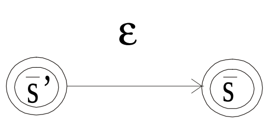
ii) $\overline{F} = \{s_i \mid S_i \cap F \neq \emptyset\}$

iii) $\forall i,j \in \{1,\dots,n\}\ \forall a \in X \cup \{\varepsilon\} : si \in \delta(s_j,a) \Leftrightarrow \exists s \in S_i, s' \in S_j : [s \in \delta(s_j,a)$ und $(i \neq j$ oder $a = \varepsilon)]$

2. Schritt: Elimination verbleibender ε-Übergänge

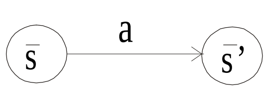
Aus A erhält man $A' = (X, \overline{S}, \delta', \overline{S}_0, F')$ als neuen Akzeptor mit

i) $F' = \bigcup \ \{ \overline{s}' \in \overline{S}' \mid \overline{s} \in \overline{\delta}(\overline{s}',\varepsilon)\}$

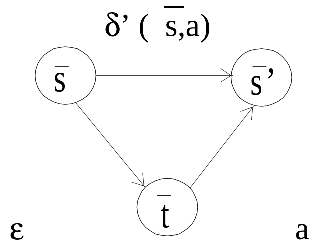


ii) $\forall \overline{s}, \overline{s}' \in \overline{S}, \forall a \in X, \forall \overline{s}' \in \overline{\delta}(\overline{s},a) \Leftrightarrow$

a) $\overline{s} \in \overline{\delta}(\overline{s},a)$



b) $\exists\ \overline{t} \in \overline{S}\ [\ \overline{s} \in \overline{\delta}(\overline{t},a)$ und $\overline{t} \in \overline{\delta}(\overline{s},\varepsilon)$



$\Rightarrow L(A) = L(A')$