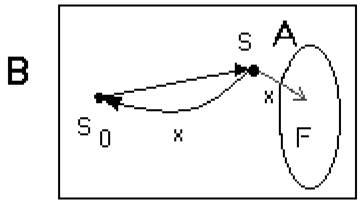
Zu **Satz K** folgt in diesem Abschnitt der Beweis der Abgeschlossenheit gegen die „Sternbildung“.

Zeige: L(A)=L*(A)

Idee:
Konstruiere einen Akzeptor für die Worterkennung einer beliebigen Sprache.



Akzeptor A für L(A) ⇒ w∈L(A);
der Automat startet jeweils für ein neues Teilwort, welches vom ursprünglichen Automaten A akzeptiert worden ist;
füge dann eine neue Kante ein, was zur Worterkennung durch die terminalen Zustände F führt

Behauptung:
L(B) \ {ε}=R^+

Voraussetzung:
Sei R∈DA mit A={X,S,s_0,δ,F} ein deterministischer endlicher Akzeptor.

Zu zeigen ist:
R*∈DA

<u>Bilde dazu einen nichtdeterministischen Automaten B:</u>

$$B = \{X, S, \delta', s_0, F\} \text{ mit } \delta'(s,x) = \begin{cases} \delta'(s,x)\, falls \delta \notin F \\ [\delta'(s,x), s_0]\, falls \delta(s,x) \in F \end{cases}$$

Beweis:
Sei **w=x_1...x_r** (r ≥ 1, x_i∈X und i=1,...r**)**

<u>Beweis der einen Richtung "⊂":</u> Sei w∈L(B).

- betrachte die Gesamtzustandsfolge: $z_0,z_1,...,z_r$ (z_r∈F, $z_0=s_0$, $z_i \in \delta(z_{i-1},x_i)$ für i=1,...,r)
- nun betrachte die maximale Teilfolge: $z_{i_1}, z_{i_2}, ..., z_{i_k}$ mit $z_{i_1} = s_0$ und $\delta(z_{i_1-1}, x_{i_1}) \neq z_{i_j}$ für $j = 1,...,k$
- informelle Bedeutung: die jeweiligen „Neustarts“ zur Teilworterkennung werden gesucht: $w_{i_j} = x_{i_{j-1}} ... x_{i_j}\ (j = 1,...,k)$

- die Teilworte zusammengefügt ergeben wieder das ursprüngliche Wort w, also unmittelbar: $w = w_{i_1} ... w_{i_k}$ und $\delta(s_0, w_{i_j}) \in F$ bzgl. A (für $j = 1,...,k$), d.h. $w_{i_1},...,w_{i_k} \in R \Rightarrow w \in R^+$

<u>Beweis der anderen Richtung "⊇":</u> Sei $w \in R^+$.

- dann existiert eine Zerlegung $w = w_{i_1} ... w_{i_k}$ mit Einzelwörtern $w_{i_j} \in$ R für $j = 1,...,k$
- also gilt: $\delta(s_0, w_{i_j}) \in$ F bzgl. A
- nach Definition von B folgt: $s_0 \in \delta'(s_0, w_{i_j})$ bzgl. B
- folglich ist: $s_0 \in \delta'(s_0, w_{i_1} ... w_{i_{k-1}})$ und $\delta'(s_0, w_{i_1} ... w_{i_{k-1}} w_{i_k}) \cap F \neq \emptyset$

⇒ w∈ L(B) ⇒ Behauptung

Da entweder L(B)=R* oder L(B)∪{ε}=R* gilt, ist somit mit L(B)∈ DA auch R*∈ NVA und deshalb R∈ DA nach Satz I.

■

Fazit:

deterministische endliche Akzeptoren	⎫	
nichtdeterministische vollständige Akzeptoren	⎬	**DA=NVA=NA**
nichtdeterministische Akzeptoren	⎭	

Ergänzung weiterer nichtdeterministischer Elemente: „ε-Übergänge“

Idee:

Lasse spontane Zustandsübergänge zu, die ohne das Lesen eines Zeichens ablaufen.