Prof. Dr. A. Schwill
Institut für Informatik

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik I
Blatt 5

Aufgabe 1:

Sei X={a,b} ein Alphabet. P und Q seien Sprachen über X mit P DA und Q DA.
Beweisen oder widerlegen Sie:

a) Aus P* · P=Q* · Q folgt P=Q.
b) Jede Teilmenge von P ist in DA.
c) Jede endliche Teilmenge von P ist in DA.
d) Aus (P*)*=P folgt: P ist unendlich.
e) Aus P·{a}=Q·{a} folgt P=Q.
f) Aus P=P·P folgt P={ε}.
g) Aus P·Q=Q·P folgt P=Q.
h) Es gilt: ε .
i) Es gilt: ε *.
j) Es gilt: {ε}* *.

Aufgabe 2:

Endliche Akzeptoren können die Eingabe nur genau einmal Zeichen für Zeichen lesen. Wir wollen nun diese Beschränkung weglassen und einen deterministischen Zweiweg-Akzeptor beschreiben.

Der Zweiweg-Akzeptor kann auf dem Eingabewort hin- und herlaufen, also Zeichen mehrfach lesen. Der Zweiweg-Akzeptor beendet seine Verarbeitung, wenn der Lesekopf zum ersten Mal über den rechten Rand des Wortes hinausgelaufen ist.

Formalisieren Sie diese anschauliche Vorstellung eines endlichen deterministischen Zweiweg-Akzeptors.

Stellen Sie in einer Definitionen die Bauelemente des Zweiweg-Automaten zusammen und legen Sie in einer zweiten Definition die Arbeitsweise des Automaten unter Verwendung der abstrakten Maschine fest. Beachten Sie dazu, wie wir in der Vorlesung den endlichen Akzeptor definiert haben.

Wie verhalten sich die Sprachklassen, die die beiden Maschinenmodelle jeweils akzeptieren können, zueinander? Kann der Zweiweg-Akzeptor Sprachen erkennen, die der endliche Akzeptor nicht akzeptieren kann oder umgekehrt?

Aufgabe 3:

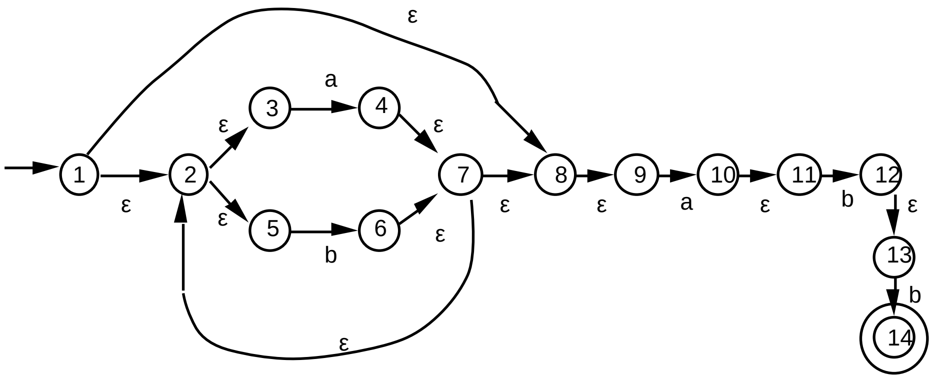
Konstruieren Sie einen endlichen deterministischen Akzeptor mit dem Eingabealphabet X=(a,b,c}, der genau die Wörter w X* akzeptiert, in denen das Wort abcab mindestens zweimal als Teilwort vorkommt. (In abcabcab kommt abcab zweimal vor!)

Aufgabe 4:

Wandeln Sie folgenden Automaten A=({a,b},{1,...,14},δ,1,{14}) in einen Automaten A' ohne ε-Übergänge um, der die gleiche Sprache erkennt, für den also L(A)=L(A') gilt. δ ist dabei definiert durch

δ	a	b	ε
1			{2,8}
2			{3,5}
3	{4}		
4			{7}
5		{6}	
6			{7}
7			{2,8}
8			{9}
9	{10}		
10			{11}
11		{12}	
12			{13}
13		{14}	
14			

A



Aufgabe 5:

Sei A ein Alphabet und B   A. Dann sei die *Projektion*

p_B: A->B   {ε} definiert durch

$$p_B(x)= \begin{cases} x, \text{ falls } x \quad B \\ \varepsilon, \text{ falls } a \quad A \backslash B. \end{cases}$$

p_B sei in natürlicher Weise auf Wörter und Sprachen fortgesetzt, d.h. es gelte

- $p_B(\varepsilon)=\varepsilon$,
- $p_B(x_1...x_n)=p_B(x_1)\cdot...\cdot(x_n)$ für alle Wörter $x_1...x_n$ mit x_i A,
- $p_B(L)= \ {}_{w \quad L}\ p_B(w)$.

Beweisen Sie: Ist L   DA, so ist auch $p_B(L)$ DA.

(p_B projiziert also alle Wörter w aus A* auf B* in dem Sinne, daß die Zeichen, die nicht in B liegen, aus w gelöscht werden.)