Prof. Dr. A. Schwill
Institut für Informatik

Übungen zur Vorlesung Theoretische Informatik I Blatt 2

Aufgabe 1:
Sei $M=(I,O,K,\alpha,\omega,\tau,\pi)$ eine abstrakte Maschine. M heißt **α-ω-trivial**, wenn folgendes gilt:

- es gibt eine Menge K', so daß K   IxK'xO gilt,
- $\alpha(i)=(i,k_0,o)$ für ein k_0 K', ein o   O und für alle i   I,
- $\omega(i,k,o)=o$ für alle i   I, k   K', o   O,
- es gibt ein Prädikat π': K'->{0,1} mit $\pi(i,k,o)=1 \Leftrightarrow \pi'(k)=1$.

Beweisen Sie: Zu jeder abstrakten Maschine M gibt es eine α-ω-triviale Maschine M' mit $f_M=f_{M'}$.

Aufgabe 2:
Sei X ein endliches Alphabet. Prüfen Sie (ohne Benutzung von Satz H [Kap. 2]) nach, ob die folgenden Funktionen berechenbar sind, also durch einen Algorithmus realisiert werden können, oder nicht, und geben Sie jeweils eine Begründung Ihrer Behauptung (f_α sei wie üblich die Funktion, die der Algorithmus α berechnet):

a) f: $X^*\times X^*\rightarrow X^*$ mit

$$f(\alpha,\beta)=\begin{cases}\text{'ja', falls } D(f_\alpha)=D(f_\beta),\\ \text{'nein', sonst.}\end{cases}$$

b) g: $X^*\times X^*\rightarrow X^*$ mit

$$g(\alpha,\beta)=\begin{cases}\text{'ja', falls } D(f_\alpha)\quad D(f_\beta),\\ \text{'nein', sonst.}\end{cases}$$

c) h: $X^*\times X^*\rightarrow X^*$ mit

$$h(\alpha,w)=\begin{cases}\text{'ja', falls } w\quad D(f_\alpha),\\ \text{, sonst.}\end{cases}$$

d) $k: X^* \rightarrow X^*$ mit

$$k(\alpha)=\begin{cases} \text{'ja', falls } D(f_\alpha)= \quad , \\ \text{'nein', sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 3:
Sei X ein endliches Alphabet und $f: X^* \rightarrow X^*$ eine bijektive, totale, berechenbare Funktion.
Zeigen Sie: Die Umkehrfunktion $f^{-1}: X^* \rightarrow X^*$ ist berechenbar.