

Übungen zur Vorlesung Theoretische Informatik I Blatt 1

Aufgabe 1:

Sei X eine beliebige Menge. $M \subseteq X$ sei eine beliebige abzählbare Menge, $M' \subseteq X$ eine beliebige endliche Menge. Beweisen oder widerlegen Sie, daß die folgenden Mengen abzählbar oder endlich sind:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $M \times M$ | f) $M' \times M'$ |
| b) 2^M | g) $2^{M'}$ |
| c) $\{f \mid f: M \rightarrow M\}$ | h) $\{f \mid f: M' \rightarrow M'\}$ |
| d) M^* | i) M'^* |
| e) $X \setminus M$ | j) $X \setminus M'$ |

Aufgabe 2:

Beweisen Sie: Jede Obermenge einer überabzählbaren Menge ist überabzählbar.

Aufgabe 3:

Sei $M = \{f \mid f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}\}$ eine beliebige abzählbare Menge von totalen Funktionen. Definieren Sie eine totale Funktion $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so daß gilt:

- (1) $g(n) \neq f(n)$, falls n gerade ist,
- (2) $g \in M$

Hinweis: Verwenden Sie das Prinzip der Diagonalisierung.